

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT (30p) V: 065**

1. Tekintsük az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$  függvényt.

5p a) Számítsd ki:  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

5p b) Határozd meg az  $f$  függvény szélsőértékpontjainak a számát.

5p c) Bizonyítsd be, hogy bármely  $x \in \mathbb{R}$  esetén  $f(x) + f(x^3) \geq -2$ .

2. Tekintsük az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 2$  függvényt.

5p a) Számítsd ki az  $\int_0^1 f(x) dx$  értékét.

5p b) Számítsd ki az  $\int_0^1 e^x f(x) dx$  értékét.

5p c) Határozd meg  $p$  valós számot úgy, hogy az  $Ox$  tengely körül megforgatott  $h: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $h(x) = f(px)$  függvény grafikonja által meghatározott forgástest térfogata a legkisebb legyen, bármely  $x \in [0,1]$  esetén.