

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) V: 067

1. Tekintsük az $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ és $g(x) = x^3 - 5x^2 + 8x - 4$ függvényeket.

5p a) Számítsd ki az $f'(x) - g'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)}$ határértéket.

5p c) Bizonyítsd be, hogy $f(x) \geq 0$ bármely $x \in (0, +\infty)$.

2. Tekintsük az $f, F: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + \frac{x-1}{x}$ és $F(x) = e^x + x - \ln x$ függvényeket.

5p a) Igazold, hogy az F függvény az f függvénynek egy primitív függvénye.

5p b) Számítsd ki az $\int_1^2 x(F(x) - x + \ln x) dx$ értékét.

5p c) Határozd meg a m valós paramétert úgy, hogy az f függvény grafikonja, az Ox tengely, valamint az $x=1$ és $x=e$ egyenletű egyenesek által határolt síkidom területe $e^m - 2$ legyen.