

**III. FELADAT (30p) V: 068**

1. Tekintsük az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 + 3x$  függvényt.

5p a) Számítsd ki az  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

5p b) Igazold, hogy az  $f$  függvény növekvő  $\mathbb{R}$ -en.

5p c) Számítsd ki a  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x^3}$  határértéket.

2. Tekintsük az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x-2}, & x \in (-\infty, 1] \\ \ln x - 2, & x \in (1, +\infty) \end{cases}$  függvényt.

5p a) Igazold, hogy az  $f$  függvénynek van primitív függvénye  $\mathbb{R}$ -en.

5p b) Számítsd ki az  $\int_0^1 (x-2)f(x)dx$  értékét.

5p c) Számítsd ki a  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \int_1^x (f(t) + 2) dt$  határértéket.