

III. FELADAT (30p) V: 069

1. Tekintsük az $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x + \frac{x^2}{2}$ függvényt.

5p a) Számítsd ki az $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.

5p b) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ határértéket.

5p c) Határozd meg az f függvény kovexitási és konkavitási intervallumait.

2. Tekintsük az $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (1+x)^n$, $n \in \mathbb{Z}^*$ függvényt.

5p a) $n = 2$ esetben számítsd ki: $\int_1^2 f\left(\frac{1}{x}\right) dx$.

5p b) $n = -1$ esetben határozd meg $a \in \mathbb{R}$ úgy, hogy $\int_0^a f(x) dx = 0$.

5p c) Számítsd ki az $\int_{-1}^1 f'(x)f(x) dx$ értékét.