

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) V: 075

1. Tekintsük az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2+1}, & x \leq 0 \\ -2x+1, & x > 0 \end{cases}$ függvényt.

5p a) Tanulmányozd az f függvény folytonosságát az $x_0 = 0$ pontban.

5p b) Igazold, hogy az f függvény növekvő a $(-\infty, 0)$ intervallumon.

5p c) Határozd meg az f függvény grafikus képhez az $A\left(-1, \frac{1}{2}\right)$ pontban húzott érintő egyenes egyenletét.

2. Minden $n \in \mathbb{N}^*$ esetén tekintsük az $f_n: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = \frac{1}{(x^2+1)^n}$ függvényeket.

5p a) Ellenőrizd, hogy az $\int_1^e f_1(\sqrt{x-1}) dx = 1$.

5p b) Határozd meg a $g(x) = \frac{1}{f_2(x)}$ függvény azon G primitív függvényét, amely minden valós x esetén igaz, hogy a $G(1) = \frac{13}{15}$.

5p c) Számítsd ki az $\int_0^1 x \cdot f_n(x) dx$ értékét, ahol $n > 1$.