

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) V: 076

1. Tekintsük az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+1}{e^x}$ függvényt.

5p a) Ellenőrizd, hogy $f'(x) = -\frac{x}{e^x}$, bármely $x \in \mathbb{R}$ esetén.

5p b) Határozd meg az f függvény grafikus képéhez a $+\infty$ -be húzott aszimptota egyenletét.

5p c) Mutasd ki, hogy $f(x) \leq 1$, bármely $x \in \mathbb{R}$ esetén.

2. Minden $n \in \mathbb{N}^*$ esetén tekintsük az $f_n: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = \frac{1}{x^n + 4}$ függvényeket.

5p a) Számítsd ki $\int (x+4)^2 \cdot f_1(x) dx$, ahol $x \in [0,1]$.

5p b) Számítsd ki az $\int_0^1 x f_2(x) dx$ értékét.

5p c) Igazold, hogy az f_{2008} függvény grafikonja, az Ox tengely, valamint az $x=0$ és $x=1$ egyenletű egyenesek által határolt síkidom területének értéke egy szám az $\left[\frac{1}{5}, \frac{1}{4}\right]$ intervallumból.