

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) V: 077

1. Tekintsük az $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-3)\ln x$ függvényt.

5p a) Számítsd ki: $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.

5p b) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ határértéket

5p c) Bizonyítsd be, hogy az f függvény konvex $(0, +\infty)$ -en.

2. Tekintsük az $F, f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x \cdot e^x$ és $f(x) = (x+1)e^x$ függvényeket.

5p a) Ellenőrizd, hogy az F függvény az f függvénynek egy primitív függvénye.

5p b) Határozd meg az F függvény grafikonja, az Ox tengely, valamint az $x=0$ és $x=1$ egyenletű egyenesek által határolt síkidom területét.

5p c) Számítsd ki az $\int_0^1 \frac{F(x) - f(x)}{e^x + 1} dx$ értékét.