

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT (30p) V: 078**

1. Tekintsük az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$  függvényt.

5p a) Ellenőrizd, hogy  $f'(x) - \frac{2x}{(x^2 + 1)^2} = 0$ , bármely  $x \in \mathbb{R}$  esetén.

5p b) Határozd meg a  $f$  függvény grafikus képéhez a  $+\infty$ -be húzott aszimptota egyenletét.

5p c) Igazold, hogy  $f(\sqrt[3]{2007}) \leq f(\sqrt[3]{2008})$ .

2. Tekintsük az  $f, g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2^x$  és  $g(x) = x \cdot 2^x$  függvényeket.

5p a) Számítsd ki  $\int f(x) dx$ , ahol  $x \in [0, 1]$ .

5p b) Határozd meg a  $g$  függvény grafikonja, az  $Ox$  tengely, valamint az  $x = 0$  és  $x = 1$  egyenletű egyenesek által határolt síkidom területét.

5p c) Számítsd ki a  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x f(t) dt}{x}$  határértéket.