

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT (30p) V: 079**

1. Tekintsük az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2^x + 3^x$  függvényt.

5p a) Számítsd ki az:  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

5p b) Határozd meg az  $f$  függvény aszimptotáját a  $-\infty$ -be.

5p c) Igazold, hogy az  $f$  függvény konvex  $\mathbb{R}$ -en.

2. Minden  $n \in \mathbb{N}^*$  esetén tekintsük az  $f_n : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_n(x) = \frac{x^n}{x+1}$  függvényeket.

5p a) Ha  $x \in [0,1]$ , számítsd ki  $\int (x+1)f_2(x)dx$

5p b) Határozd meg az  $f_1$  függvény grafikonja, az  $Ox$  tengely, valamint az  $x=0$  és  $x=1$  egyenletű egyenesek által határolt síkidom területét.

5p c) Igazold, hogy  $\int_0^1 f_{2008}(x) dx \leq \ln 2$ .