

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT (30p) V: 082**

1. Tekintsük az  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x-3)\sqrt{x}$  függvényt.

5p a) Ellenőrizd, hogy  $f'(x) = \frac{3x-3}{2\sqrt{x}}$ , bármely  $x > 0$  esetén.

5p b) Írd fel az  $f$  függvény grafikus képéhez az  $x_0 = 1$  abszcisszájú pontban húzott érintő egyenes egyenletét.

5p c) Bizonyítsd be, hogy bármely  $x > 0$  esetén  $x + \frac{2}{\sqrt{x}} \geq 3$ .

2. Minden  $n \in \mathbb{N}^*$  esetén tekintsük az  $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_n(x) = e^{x^n}$  függvényeket.

5p a) Számítsd ki  $\int f_1(x) dx$ , ahol  $x \in [0, 1]$ .

5p b) Számítsd ki az  $\int_0^1 x \cdot f_1(x) dx$  értékét.

5p c) Számítsd ki a  $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = x \cdot f_3(x)$  függvény grafikonja által meghatározott forgástest térfogatát.