

**III. FELADAT (30p) V: 083**

1. Tekintsük az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3^x - \left(\frac{1}{2}\right)^x$  függvényt.

5p a) Számítsd ki  $f'(x)$ , ahol  $x \in \mathbb{R}$ .

5p b) Számítsd ki a  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$  határértéket.

5p c) Bizonyítsd be, hogy az  $f$  függvény növekvő az  $\mathbb{R}$ -en.

2. Tekintsük az  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + \frac{1}{x}$  függvényt.

5p a) Határozd meg  $\int f(x) dx$ , ha  $x > 0$ .

5p b) Számítsd ki a  $g : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = f(x)$ ,  $x \in [1, 2]$ , függvény grafikonja által meghatározott forgástest térfogatát.

5p c) Számítsd ki az  $\int_1^e f(x) \ln x dx$  értékét.