

**III. FELADAT (30p) V: 085**

1. Tekintsük az  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$  függvényt.

5p a) Ellenőrizd, hogy  $f'(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}$ , bármely  $x > 0$  esetén.

5p b) Határozd meg a  $f$  függvény grafikus képéhez a  $+\infty$ -be húzott aszimptota egyenletét

5p c) Igazold, hogy az  $f$  függvény konvex a  $(0, +\infty)$  intervallumon.

2. Tekintsük az  $f, g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x$  és  $g(x) = e^x + e^{-x}$  függvényeket.

5p a) Határozd meg  $\int f(x) dx$ ,  $x \in [0, 1]$ .

5p b) Határozd meg a  $h : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $h(x) = x f(x)$  függvény grafikonja, az  $Ox$  tengely, valamint az  $x = 0$  és  $x = 1$  egyenletű egyenesek által határolt síkidom területét.

5p c) Számítsd ki az  $Ox$  tengely körül megforgatott  $g$  függvény grafikonja által meghatározott forgástest térfogatát.