

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) V: 089

1. Legyen az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$ függvény.

5p a) Számítsd ki $f'(1)$.

5p b) Határozd meg az f függvény konkavitási és konvexitási intervallumait.

5p c) Igazold, hogy $f(x) \geq 0$, bármely $x \geq -\frac{1}{2}$ esetén.

2. Tekintsük az $f, g: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x$ és $g(x) = e^{1-x}$ függvényeket.

5p a) Számítsd ki $\int f(x) dx$, ahol $x \in [0,1]$.

5p b) Határozd meg a $h: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = x \cdot f(x)$ függvény grafikonja, az Ox tengely, valamint az $x=0$ és $x=1$ egyenletű egyenesek által határolt síkidom területét.

5p c) Igazold, hogy $\int_0^{\frac{1}{2}} (g(x) - f(x)) dx \geq 0$.