

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) V: 091

1. Tekintsük az $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x - \ln x$ függvényt.

5p a) Számítsd ki $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.

5p b) Igazold, hogy az f függvény konvex a $(0, +\infty)$ intervallumon.

5p c) Igazold, hogy $f(x) \geq 0$, bármely $x > 0$.

2. Minden $n \in \mathbb{N}^*$ esetén tekintsük az $f_n : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = (2-x)^n$ függvényeket.

5p a) Határozd meg $\int_1^2 f_1(x) dx$, ahol $x \in [0, 2]$.

5p b) Számítsd ki a $g : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f_1(x) \cdot e^x$ függvény grafikonja, az Ox tengely, valamint az $x=0$ és $x=2$ egyenletű egyenesek által határolt síkidom területét.

5p c) Számítsd ki az Ox tengely körül megforgatott f_5 függvény grafikonja által meghatározott forgástest térfogatát.