

**III. FELADAT (30p) V: 092**

1. Tekintsük az  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{e^x}{x}$  függvényt.

5p a) Ellenőrizd, hogy  $f'(x) = \frac{e^x(x-1)}{x^2}$ , bármely  $x > 0$  esetén.

5p b) Határozd meg a  $f$  függvény grafikus képehez húzott függőleges aszimptota egyenletét.

5p c) Bizonyítsd be, hogy  $e^x \geq ex$ , bármely  $x > 0$  esetén.

2. Legyen az  $f : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + \frac{2}{x}$  függvény.

5p a) Határozd meg  $\int f(x) dx$ , ahol  $x \in [1, 2]$ .

5p b) Számítsd ki az  $Ox$  tengely körül megforgatott  $f$  függvény grafikonja által meghatározott forgástest térfogatát.

5p c) Számítsd ki az  $\int_1^2 f(x) \cdot \ln x dx$  értékét.