

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT (30p) V: 094**

1. Tekintsük az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x \cdot e^x$  függvényt.

5p a) Ellenőrizd, hogy  $f'(x) = (x+1) \cdot e^x$ , bármely  $x \in \mathbb{R}$  esetén.

5p b) Határozd meg az  $f$  függvény konvexitási és konkavitási intervallumait.

5p c) Határozd meg a  $f$  függvény grafikus képéhez a  $-\infty$ -be húzott vízszintes aszimptota egyenletét.

2. Minden  $n \in \mathbb{N}^*$  esetén tekintsük az  $f_n: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_n(x) = \frac{x^n + x + 2}{x+1}$  függvényeket.

5p a) Határozd meg  $\int \left( \frac{1}{x} - 3\sqrt{x} \right) dx$ ,  $x > 0$

5p b) Számítsd ki az  $\int_0^1 f_2(x) dx$  értékét.

5p c) Igazold, hogy az  $f_{2008}$  függvény grafikonja és az  $Ox$  tengely, valamint az  $x=0$  és  $x=1$  egyenletű egyenesek által határolt síkidom területe egy szám az  $[1 + \ln 2; 2]$  intervallumból.