

III. FELADAT (30p) V: 095

1. Tekintsük az $f : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ függvényt.

5p a) Ellenőrizd, hogy $f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$, bármely $x > 1$ esetén.

5p b) Határozd meg a f függvény grafikus képéhez a $+\infty$ -be húzott ferde aszimptota egyenletét..

5p c) Igazold, hogy $f(\sqrt[3]{2}) \geq f(\sqrt[3]{3})$.

2. Tekintsük az $f, g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 - x$ és $g(x) = \sqrt{1-x}$ függvényeket.

5p a) Határozd meg $\int f(x) dx$, ahol $x \in [0, 1]$.

5p b) Számítsd ki a g függvény grafikonja, az Ox tengely, valamint az $x=0$ és $x=1$ egyenletű egyenesek által határolt síkidom területét.

5p c) Számítsd ki az $\int_{\frac{1}{e}}^1 f(x) \cdot \ln x dx$ értékét.