

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) V: 096

1. Tekintsük az $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ függvényt.

5p a) Ellenőrizd, hogy $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$, bármely $x > 0$ esetén.

5p b) Határozd meg a f függvény grafikus képéhez a $+\infty$ -be húzott vízszintes aszimptota egyenletét.

5p c) Igazold, hogy $f(2007) \geq f(2008)$.

2. Tekintsük az $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x}$ függvényt.

5p a) Határozd meg $\int f(x) dx$, ahol $x \in [0, 1]$.

5p b) Számítsd ki a $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f^2(x)}{x^2 + 1}$ függvény grafikonja, az Ox tengely, valamint az $x = 0$ és $x = 1$ egyenletű egyenesek által határolt síkidom területét.

5p c) Számítsd ki az Ox tengely körül megforgatott $h : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = e^{\frac{x}{2}} \cdot f(x)$ függvény grafikonja által meghatározott forgástest térfogatát, ahol $x \in [0, 1]$.