

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) V: 097

1. Tekintsük az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$ függvényt.

5p

a) Ellenőrizd, hogy $f'(x) = \frac{2x^2 - 2}{(x^2 + x + 1)^2}$, bármely $x \in \mathbb{R}$ esetén.

5p

b) Határozd meg a f függvény grafikus képehez a $+\infty$ -be húzott vízszintes aszimptota egyenletét.

5p

c) Igazold, hogy $f(\sqrt[3]{2007}) \leq f(\sqrt[3]{2008})$.

2. Legyen az $f: [1, e] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x$ függvény.

5p

a) Határozd meg $\int f'(x) dx$, ahol $x \in [1, e]$.

5p

b) Számítsd ki az f függvény grafikonja, az Ox tengely, valamint az $x=1$ és $x=e$ egyenletű egyenesek által határolt síkidom területét.

5p

c) Igazold, hogy $\int_1^e e^x f(x) dx \leq e^e - e$.