

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) V: 098

1. Tekintsük az $f : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x}{x-1}$ függvényt.

5p a) Ellenőrizd, hogy $f'(x) = \frac{e^x(x-2)}{(x-1)^2}$, bármely $x > 1$ esetén.

5p b) Írd fel az f függvény grafikus képehez az $x_0 = 2$ abszcisszájú pontban húzott érintő egyenes egyenletét .

5p c) Igazold, hogy $f(x) \geq e^2$, bármely $x > 1$ esetén.

2. Minden $n \in \mathbb{N}^*$ esetén tekintsük az $f_n : [1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = \sqrt{x^n + 4x}$ függvényeket.

5p a) Ellenőrizd, hogy $\int_1^4 f_1(x) dx = \frac{14\sqrt{5}}{3}$.

5p b) Számítsd ki az $\int_1^4 \frac{x+2}{f_2^2(x)} dx$ értékét.

5p c) Számítsd ki az Ox tengely körül megforgatott $g : [1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{1}{f_2(x)}$ függvény grafikonja által meghatározott forgástest térfogatát.