

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT (30p) V: 099**

1. Tekintsük az  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 2 - 3\sqrt[3]{x}$  függvényt.

5p a) Ellenőrizd, hogy  $f'(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ , bármely  $x > 0$  esetén.

5p b) Írd fel az  $f$  függvény grafikus képéhez az  $x_0 = 1$  abszcisszájú pontban húzott érintő egyenes egyenletét.

5p c) Igazold, hogy  $\frac{x+2}{3} \geq \sqrt[3]{x}$ , bármely  $x > 0$  esetén.

2. Tekintsük az  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^3}{x+1}$  függvényt.

5p a) Határozd meg  $\int (x+1) \cdot f(x) dx$ , ahol  $x \in [0, 1]$ .

5p b) Számítsd ki az  $f$  függvény grafikonja, az  $Ox$  tengely, valamint az  $x=0$  és  $x=1$  egyenletű egyenesek által határolt síkidom területét .

5p c) Felhasználva, hogy  $1 \leq (x+1)^2 \leq 4$  bármely  $x \in [0, 1]$  esetén, igazold, hogy az  $f$  függvény grafikonja által meghatározott forgástest térfogata egy szám a  $\left[ \frac{\pi}{28}, \frac{\pi}{7} \right]$  intervallumból.