

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

II. FELADAT (30p)

1. Az xOy derékszögű koordináta rendszerben tekintsük az $O(0,0)$ és $A_n(n,2^n)$ pontokat, ahol $n \in \mathbb{N}$.

5p a) Igazold, hogy az O, A_1, A_2 pontok kollineárisak.

5p b) Hány egyenes halad át legalább két ponton az O, A_0, A_1, A_2 pontok közül.

5p c) Számítsd ki az A_n, A_{n+1}, A_{n+2} pontok által meghatározott háromszög területét, ahol $n \in \mathbb{N}$.

2. Az $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ halmazban adottak az $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ és $X(a) = I_2 + aA$ mátrixok, ahol $a \in \mathbb{R}$.

5p a) Számítsd ki A^3 , ahol $A^3 = A \cdot A \cdot A$.

5p b) Igazold, hogy $X(a) \cdot X(b) = X(a+b+ab)$, bármely $a, b \in \mathbb{R}$.

5p c) Számítsd ki $X(1) + X(2) + X(3) + \dots + X(2008)$ összeget.