

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
II. FELADAT (30p)

1. Adott az $A = \begin{pmatrix} x-3 & 1 \\ 1 & x-3 \end{pmatrix}$, $x \in \mathbb{R}$ és $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix. Legyen $A^n = \underbrace{A \cdot \dots \cdot A}_{n \text{ szer}}$, $n \in \mathbb{N}^*$.

5p a) Határozd meg az x értékét, ha $\det(A) = 0$.

5p b) Igazold az $A^2 = (2x-6)A - (x^2 - 6x + 8) \cdot I_2$ egyenlőséget.

5p c) Határozd meg az $x \in \mathbb{R}$ azon értékét, amelyre teljesül az $A^2 = 2A$ egyenlőség.

2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x \circ y = xy - 2(x+y) + 6$ műveletet.

5p a) Igazold, hogy $x \circ y = (x-2)(y-2) + 2$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.

5p b) Bizonyítsd be, hogy $x \circ 2 = 2$, bármely $x \in \mathbb{R}$.

5p c) Tudva, hogy a „ \circ ” művelet asszociatív, számítsd ki az

$E = (-2008) \circ (-2007) \circ \dots \circ (-1) \circ 0 \circ 1 \circ 2 \circ \dots \circ 2008$ kifejezés értékét.