

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**II. FELADAT (30p)**

1. Adott a  $(\mathbb{Z}_6, +, \cdot)$  gyűrű, ahol  $\mathbb{Z}_6 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}, \hat{5}\}$ .

5p a) Oldd meg a  $\hat{2}x + \hat{5} = \hat{1}$ ,  $x \in \mathbb{Z}_6$  egyenletet.

5p b) Számítsd ki a  $\begin{vmatrix} \hat{1} & \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{2} & \hat{3} & \hat{1} \\ \hat{3} & \hat{1} & \hat{2} \end{vmatrix}$  determináns értékét a  $\mathbb{Z}_6$  halmazban.

5p c) Oldd meg a  $\mathbb{Z}_6$  halmazban a  $\begin{cases} \hat{2}x + y = \hat{4} \\ x + \hat{2}y = \hat{5} \end{cases}$  egyenletrendszert.

2. Tekintsük a  $G = \{A_x \mid x \in \mathbb{Z}\}$  halmazt, ahol  $A_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ x & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $x \in \mathbb{Z}$ .

5p a) Igazold, hogy  $A_x \cdot A_y = A_{x+y}$ , ahol  $x, y \in \mathbb{Z}$ .

5p b) Határozd meg a  $(G, \cdot)$  csoport semleges elemét.

5p c) Igazold, hogy az  $f: \mathbb{Z} \rightarrow G$ ,  $f(x) = A_x$  függvény csoportmorfizmus a  $(\mathbb{Z}, +)$  és  $(G, \cdot)$  csoportok között.