

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

II. FELADAT (30p)

1. Adottak a következő mátrixok: $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ és $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p a) Számítsd ki B^2 mátrixot, ahol $B^2 = B \cdot B$.

5p b) Ellenőrizd, hogy $A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$.

5p c) Igazold, hogy $C^4 = 6^4 \cdot I_2$, ahol $C = B^2 + A^{-1}$ és $C^4 = C \cdot C \cdot C \cdot C$.

2. Legyen $f = X^3 + aX^2 + X + \hat{1}$ és $g = X + \hat{3}$ a $\mathbb{Z}_5[X]$ gyűrű két polinomja.

5p a) Határozd meg az $a \in \mathbb{Z}_5$ értékét úgy, hogy az f polinom osztható legyen g -vel.

5p b) Ha $a = \hat{1}$ mutasd ki, hogy $f = (X + \hat{1})(X^2 + \hat{1})$.

5p c) Ha $a = \hat{1}$ oldd meg a $(\mathbb{Z}_5, +, \cdot)$ gyűrűben az $f(x) = \hat{0}$ egyenletet.