

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

II. FELADAT (30p)

1. Adottak az $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ és $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrixok. Értelmezzük az $A = X \cdot Y^t$ és

$B(a) = aA + I_3$ mátrixokat, ahol $a \in \mathbb{R}$ és Y^t az Y mátrix transzponáltja.

5p a) Igazold, hogy $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 4 & -6 \\ 3 & 6 & -9 \end{pmatrix}$.

5p b) Számítsd ki az A mátrix determinánsát.

5p c) Mutasd ki, hogy a $B(a)$ mátrix invertálható, bármely $a \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{4} \right\}$.

2. Adottak az $f, g \in \mathbb{Z}_5[X]$, $f = (\hat{3}a + \hat{3}b)X^2 + \hat{2}X + \hat{2}a + \hat{3}b$ és $g = \hat{2}X^2 + \hat{2}X + \hat{3}a + \hat{2}b$ polinomok.

5p a) Határozd meg az $a, b \in \mathbb{Z}_5$ értékét úgy, hogy a két polinom egyenlő legyen.

5p b) Ha $a = b = \hat{2}$, számítsd ki az $f(\hat{0}) + f(\hat{1}) + f(\hat{2}) + f(\hat{3}) + f(\hat{4})$ összeget.

5p c) Ha $a = b = \hat{2}$ oldd meg a \mathbb{Z}_5 halmazban az $f(x) = \hat{0}$ egyenletet.