

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

II. FELADAT (30p)

1. Adott az $A = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrix és legyen $A^n = \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_{n\text{-szer}}$, bármely $n \in \mathbb{N}^*$.

5p a) Számítsd ki az A . mátrix determinánsát.

5p b) Igazold, hogy $A^2 + A^3 = O_2$.

5p c) Számítsd ki az $A + 2 \cdot A^2 + \dots + 10 \cdot A^{10}$ összeget.

2. Adottak az $f, g \in \mathbb{R}[X]$, $f = (X - 1)^{10} + (X - 2)^{10}$ és $g = X^2 - 3X + 2$ polinomok.

5p a) Bontsd fel g polinomot irreducibilis tényezők szorzatára a $\mathbb{R}[X]$ halmazon.

5p b) Bizonyítsd be, hogy az f polinom nem osztható a g polinommal.

5p c) Határozd meg az f polinomnak a g polinommal való osztási maradékát.