

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

II. FELADAT (30p)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ mátrixok az $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ halmazból. Bármely

$X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ mátrix esetén legyen $X \cdot X = X^2$.

- 5p** a) Igazold, hogy $A = I_3 + B$.
- 5p** b) Számítsd ki az $A^2 + B^2$ összeget.
- 5p** c) Határozd meg az A^2 mátrix inverzét.
2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x \circ y = xy + 7(x + y) + 42$ műveletet.
- 5p** a) Számítsd ki $\sqrt{2} \circ (-\sqrt{2})$.
- 5p** b) Igazold, hogy $x \circ y = (x + 7)(y + 7) - 7$, bármely $x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p** c) Tudva, hogy a „ \circ ” művelet asszociatív, oldd meg a valós számok halmazán az $x \circ x \circ x = x$ egyenletet.