

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
II. FELADAT (30p)

5p 1. Adott a $G = \left\{ A = \begin{pmatrix} a+b & b \\ -b & a-b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z}, a^2 = 1 \right\}$ halmaz.

5p a) Ellenőrizd, hogy $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ mátrixok benne vannak vagy sem a G halmazban.

5p b) Határozd meg a $B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$ mátrixot úgy, hogy $\begin{pmatrix} a+b & b \\ -b & a-b \end{pmatrix} = aI_2 + bB$, $\forall a, b \in \mathbb{Z}$.

c) Bizonyítsd be, hogy a G halmaz bármely mátrixának az inverze is benne van a G halmazban.

2. Adott az $f = X^3 + aX^2 - 5X + 14$ racionális együtthatójú polinom és az $S_n = x_1^n + x_2^n + x_3^n$ összeg, ahol $n \in \mathbb{N}^*$ és x_1, x_2, x_3 az f polinom gyökei.

5p a) Határozd meg az a racionális számot úgy, hogy az f polinomnak az egyik gyöke $x_1 = 2$ legyen.

5p b) Ha $a = -4$ oldd meg az $f(x) = 0$ egyenletet.

5p c) Ha $a = -4$ bizonyítsd be az $S_3 + 42 = 4S_2 + 5S_1$ egyenlőséget.