

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**II. FELADAT (30p)**

1. Adott az 
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y + az = 1 \\ x + 4y + a^2z = 1 \end{cases}$$
 egyenletrendszer, valamint az  $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & a \\ 1 & 4 & a^2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$  mátrix.

**5p** a) Számítsd ki:  $\det(A(4))$ .

**5p** b) Határozd meg az  $a \in \mathbb{R}$  értékeit, melyekre az  $A(a)$  mátrix invertálható.

**5p** c) Ha  $a \in \mathbb{R} \setminus \{1, 2\}$  oldd meg az egyenletrendszert.

2. Adott az  $f_a = X^3 + aX^2 - aX - 4$  valós együtthatójú polinom.

**5p** a) Határozd meg az  $a \in \mathbb{R}$  számot úgy, hogy  $x_1 + x_2 + x_3 = -2$  legyen, ahol  $x_1, x_2, x_3$  az  $f_a$  polinom valós gyökei.

**5p** b) Határozd meg az  $a \in \mathbb{R}$  értékét úgy, hogy az  $f_a$  polinom osztható legyen az  $X^2 - 2$  polinommal.

**5p** c) Határozd meg az  $a \in \mathbb{R}$  azon értékét, amelyre az  $f_a$  polinomnak van egy pozitív racionális gyöke.