

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

II. FELADAT (30p)

1. Adott az $M = \{aI_2 + bV \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ halmaz, ahol $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $V = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

5p a) Ellenőrizd, hogy $I_2 \in M$.

5p b) Határozd meg az M halmaz invertálható mátrixait az $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ halmazon értelmezett szorzására nézve.

5p c) Ha $A, B \in M$ mutasd ki, hogy $AB \in M$.

2. Az \mathbb{R} halmazon értelmezzük az $x * y = xy - 5(x + y) + 30$ műveletet.

5p a) Bizonyítsd be, hogy $x * y = (x - 5)(y - 5) + 5$, bármely $x, y \in \mathbb{R}$.

5p b) Határozd meg a semleges elemet a „ $*$ ” műveletre nézve.

5p c) Tudva, hogy a „ $*$ ” művelet asszociatív, oldd meg az \mathbb{R} halmazon az $x * x * x = x$ egyenletet