

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

II. FELADAT (30p)

1. Az $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ halmazból vett A mátrix transzponáltját jelöljük A^t -vel.

5p a) Számítsd ki $I_2 + I_2^t$, ahol $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p b) Bizonyítsd be, hogy bármely $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ és $m \in \mathbb{R}$ esetén $(mA)^t = mA^t$.

5p c) Határozd meg azokat az $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrixokat, amelyekre $A + A^t = O_2$, ahol $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

2. Az \mathbb{R} halmazon értelmezzük a $x * y = (x - \sqrt{2})(y - \sqrt{2}) + \sqrt{2}$ műveletet.

5p a) Oldd meg az $x * x = x$ egyenletet.

5p b) Igazold, hogy a „ $*$ ” művelet asszociatív.

5p c) Határozd meg a semleges elemet a „ $*$ ” műveletre nézve.