

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**II. FELADAT (30p)**

1. Adott az 
$$\begin{cases} x + ay + a^2z = a \\ x + by + b^2z = b \\ x + cy + c^2z = c \end{cases}$$
 egyenletrendszer, ahol  $a, b, c$  páronként különböző valós számok.

**5p** a) Ha  $a = 0$ ,  $b = 1$  és  $c = 2$  oldd meg az egyenletrendszert.

**5p** b) Igazold, hogy  $\det(A) = (a-b)(b-c)(c-a)$ , ahol  $A$  az egyenletrendszer mátrixa.

**5p** c) Mutasd ki, hogy az egyenletrendszer megoldása nem függ az  $a, b$  és  $c$  valós számoktól.

2. Adott az  $M = \left\{ \begin{pmatrix} 2a & -a \\ 2a & -a \end{pmatrix} \mid a \in \mathbb{R} \right\}$  halmaz.. Ha  $A \in M$  jelöljük  $A^n = \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_{n\text{-szer}}$ , ahol  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**5p** a) Igazold, hogy  $A^2 = aA$ .

**5p** b) Igazold, hogy ha  $A, B \in M$ , akkor  $AB \in M$ .

**5p** c) Határozd meg az  $a \in \mathbb{R}$  értékét úgy, hogy  $A + A^2 + A^3 = 3A$ .