

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

II. FELADAT (30p)

1. Adott az $M = \left\{ A(a,b) = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a-b \end{pmatrix} \mid a,b \in \mathbb{R} \right\}$ halmaz és az $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix.

5p a) Számítsd ki az $A(1,1)$ mátrix determinánsát.

5p b) Bizonyítsd be, hogy ha $A, B \in M$ akkor $A + B \in M$.

5p c) Mutasd ki, hogy $\det(I_2 - A(0,b)) \neq 0$, bármely $b \in \mathbb{R}$.

2. Adott a $\mathbb{Z}_3[X]$ polinomgyűrű.

5p a) Ha $g \in \mathbb{Z}_3[X]$, $g = (X + \hat{2})^2 (X + \hat{1})$, számítsd ki $g(\hat{0})$ értékét.

5p b) Ha $f \in \mathbb{Z}_3[X]$, $f = X^3 + \hat{2}X$, mutasd ki, hogy $f(x) = \hat{0}$, bármely $x \in \mathbb{Z}_3$.

5p c) Határozd meg az összes olyan $h \in \mathbb{Z}_3[X]$ harmadfokú polinomot, amelyekre $h(\hat{0}) = h(\hat{1}) = h(\hat{2})$.