

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

II. FELADAT (30p)

1. Adott az $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{R}^* \right\}$ halmaz és az $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$ mátrix. Jelölje X^t az X mátrix transzponáltját.

5p a) Számítsd ki $A^t \cdot A$.

5p b) Mutasd ki, hogy az M halmaz bármely $X = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$ mátrixa esetén $\det(X \cdot X^t) = (ad - bc)^2$.

5p c) Bizonyítsd be, hogy bármely $X = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} \in M$ mátrix esetén, ha $\det(X \cdot X^t) = 0$, akkor $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

2. Az \mathbb{R} halmazon értelmezzük az $x \circ y = xy - x - y + 2$ műveletet.

5p a) Igazold hogy a “ \circ ” művelet asszociatív.

5p b) Mutasd ki, hogy $x \circ y \in (1, +\infty)$, bármely $x, y \in (1, +\infty)$.

5p c) Határozd meg az $a \in \mathbb{Z}$ értékeit, melyekre teljesül az $x \circ a = a$ egyenlőség bármely $x \in \mathbb{Z}$ esetén.