

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**II. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $F = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  és az  $A = \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  mátrix az  $\mathcal{M}_3(\mathbb{Z})$  halmazban.

5p a) Határozd meg az  $a, b$  és  $c$  számokat úgy, hogy  $A + F = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ .

5p b) Igazold, hogy  $a = c = 0$  és  $b = -1$  értékekre az  $A$  mátrix az  $F$  mátrixnak inverze.

5p c) Oldd meg az  $F \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$  egyenletet.

2. Az  $\mathbb{R}$  halmazon értelmezzük az  $x * y = 2xy - x - y + 1$  műveletet.

5p a) Bizonyítsd be, hogy  $x * y = xy + (1-x)(1-y)$ , bármely  $x, y \in \mathbb{R}$ .

5p b) Bizonyítsd be, hogy a „ $*$ ” művelet asszociatív.

5p c) Oldd meg az  $\mathbb{R}$  halmazban az  $x * (1-x) = 0$  egyenletet.