

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

II. FELADAT (30p)

1. Adott az
$$\begin{cases} x + 3y + 2z = b \\ x - 2y + az = 5 \\ x + y + 4z = 4 \end{cases}$$
 egyenletrendszer, ahol $a, b \in \mathbb{R}$.

5p a) Számítsd ki az egyenletrendszer mátrixának determinánsát.

5p b) Ha $a = -1$ és $b = 2$ oldd meg az egyenletrendszert.

5p c) Határozd meg b valós számot, ha (x_0, y_0, z_0) az egyenletrendszer megoldása és $x_0 + y_0 + z_0 = 4$.

2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$, $f(x) = \begin{pmatrix} 1 & x & 2x^2 + 2x \\ 0 & 1 & 4x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ függvény.

5p a) Számítsd ki $f(0) + f(1)$.

5p b) Mutasd ki, hogy $f(1) \cdot f(-1) = I_3$, ahol $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p c) Bizonyítsd be, hogy $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$, bármely $x, y \in \mathbb{R}$.