

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

II. FELADAT (30p)

1. Adott az $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ és az $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix.

5p a) Igazold, hogy $A^2 = 2I_2$, ahol $A^2 = A \cdot A$.

5p b) Határozd meg $x \in \mathbb{R}$ értékét úgy, hogy $\det(A - xI_2) = 0$.

5p c) Oldd meg az $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ halmazon az $AX = XA$ egyenletet.

2. Adott a $G = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Z}, a^2 - 2b^2 = 1\}$ halmaz.

5p a) Ellenőrizd, hogy $3 + 2\sqrt{2} \in G$.

5p b) Bizonyítsd be, hogy $x \cdot y \in G$, bármely $x, y \in G$.

5p c) Mutasd ki, hogy a G halmaz bármely elemének van inverze a G halmazban a valós számok szorzására nézve.