II. FELADAT (30p)

1. Adottak az $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ mátrixok az $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ halmazból. Jelöljük $A^2 = A \cdot A$.

5p **a)** Határozd meg A^2.

5p **b)** Ellenőrizd, hogy $A^2 = (a+d)A - (ad-bc)I_2$.

5p **c)** Ha $a+d \neq 0$ és $M \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ amelyre $A^2M = MA^2$, akkor bizonyítsd be, hogy $AM = MA$.

2. Adott az $f = X^3 - 2X^2 + aX + b$ polinom, melynek gyökei x_1, x_2, x_3, ahol $a, b \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Ha $a = 1$ és $b = 0$ számítsd ki x_1, x_2, x_3.

5p **b)** Ha $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 2$, mutasd ki, hogy $a = 1$.

5p **c)** Határozd meg az a és b valós számok értékét, ha $f = (X - x_1^2)(X - x_2^2)(X - x_3^2)$.