

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**  
**II. FELADAT (30p)**

**1.** Adottak az  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  és  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  mátrixok az  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  halmazból. Jelöljük  $A^2 = A \cdot A$ .

**5p** a) Határozd meg  $A^2$ .

**5p** b) Ellenőrizd, hogy  $A^2 = (a+d)A - (ad-bc)I_2$ .

**5p** c) Ha  $a+d \neq 0$  és  $M \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  amelyre  $A^2M = MA^2$ , akkor bizonyítsd be, hogy  $AM = MA$ .

**2.** Adott az  $f = X^3 - 2X^2 + aX + b$  polinom, melynek gyökei  $x_1, x_2, x_3$ , ahol  $a, b \in \mathbb{R}$ .

**5p** a) Ha  $a=1$  és  $b=0$  számítsd ki  $x_1, x_2, x_3$ .

**5p** b) Ha  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 2$ , mutasd ki, hogy  $a=1$ .

**5p** c) Határozd meg az  $a$  és  $b$  valós számok értékét, ha  $f = (X - x_1^2)(X - x_2^2)(X - x_3^2)$ .