

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

II. FELADAT (30p)

1. Tekintsük az $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrixot az $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ halmazból. Jelöljük

$X^n = \underbrace{X \cdot X \cdot \dots \cdot X}_{n\text{-szer}}$ bármely $n \in \mathbb{N}^*$.

5p a) Számítsd ki X^2 .

5p b) Határozd meg az X mátrix inverzét.

5p c) Határozd meg az r valós számot úgy, hogy $X^3 = 3X^2 + rX + I_3$.

2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x \circ y = 2^{x+y}$ műveletet.

5p a) Számítsd ki $2008 \circ (-2008)$.

5p b) Oldd meg az \mathbb{R} halmazban az $x \circ x^2 = 64$ egyenletet.

5p c) Bizonyítsd be, hogy nem létezik $x, y, z \in \mathbb{R}$ amelyre $(x \circ y) \circ z = 2^z$.