

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

II. FELADAT (30p)

1. Adottak az $M_a = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ alakú mátrixok, ahol $a \in \mathbb{R}$.

5p a) Számítsd ki $\det(M_1 + M_2)$.

5p b) Számítsd ki M_a^2 , ahol $M_a^2 = M_a \cdot M_a$.

5p c) Határozd meg azokat az $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrixokat, melyekre teljesül az $M_a X = X M_a$ egyenlőség. tetszőleges $a \in \mathbb{R}$ esetén.

2. A \mathbb{R} halmazon értelmezzük az $x * y = \sqrt[3]{x^3 + y^3}$ műveletet.

5p a) Számítsd ki $x * 0$.

5p b) Bizonyítsd be, hogy a „ $*$ ” művelet asszociatív.

5p c) Ha $x_0 \in \mathbb{Q}$ és $x_n = x_0 * x_{n-1}$, bármely $n \in \mathbb{N}^*$, igazold, hogy $x_7 \in \mathbb{Q}$.