

II. FELADAT (30p)

1. Az xOy derékszögű koordináta rendszerben adottak az $O(0,0)$ és $A_n(n, n+2)$, $\forall n \in \mathbb{N}$ pontok.

5p a) Írd fel az A_0A_1 egyenes egyenletét.

5p b) Igazold, hogy az A_0, A_1, A_2 pontok kollineárisak.

5p c) Bizonyítsd be, hogy az OA_nA_{n+1} háromszög területe nem függ az n természetes számtól.

2. Az $\mathbb{R}[X]$ gyűrűben adott az $f = x^3 - x - 5$ polinom, amelynek gyökei x_1, x_2, x_3 .

5p a) Számítsd ki $f\left(-\frac{1}{2}\right)$.

5p b) Számítsd ki az $a \in \mathbb{R}$ azon értékét, amelyre az f polinomnak az $X - a$ -val való osztási maradéka -5 .

5p c) Igazold, hogy az $\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$ determináns értéke egész szám.