

II. FELADAT (30p)

1. Az $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ halmazban tekintsük az $A(x) = \begin{pmatrix} 1+5x & -2x \\ 10x & 1-4x \end{pmatrix}, x \in \mathbb{R}$ mátrixokat.

5p a) Számítsd ki $A(1) \cdot A(-1)$.

5p b) Ellenőrizd, hogy $(A(x))^2 = A((x+1)^2 - 1), \forall x \in \mathbb{R}$.

5p c) Számítsd ki az $A(1)$ mátrix inverzét.

2. Adott a $G = \{a + b\sqrt{3} \mid a, b \in \mathbb{Z}, a^2 - 3b^2 = 1\}$ halmaz.

5p a) Ellenőrizd, hogy 0 és 1 eleme a G halmaznak.

5p b) Igazold, hogy $x \cdot y \in G$, bármely $x, y \in G$.

5p c) Igazold, hogy ha $x \in G$, akkor $\frac{1}{x} \in G$.