

**II. FELADAT (30p)**

1. Adottak az  $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  mátrixok, valamint a  $C(A) = \{X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid XA = AX\}$  halmaz.

5p a) Számítsd ki  $a, b \in \mathbb{R}$  úgy, hogy  $A \cdot \begin{pmatrix} 0 & a \\ b & 0 \end{pmatrix} = I_2$ .

5p b) Ellenőrizd, hogy az  $A \cdot B = A$ , ahol  $B = A^2 - 2I_2$  és  $A^2 = A \cdot A$ .

5p c) Igazold, hogy ha  $X \in C(A)$ , akkor létezik  $a, b \in \mathbb{R}$  úgy, hogy  $X = \begin{pmatrix} a & 3b \\ b & a \end{pmatrix}$ .

2. Legyen a  $G = (-1, 1)$  halmaz, és értelmezzük az  $x * y = \frac{x+y}{1+xy}$ ,  $\forall x, y \in G$  műveletet.

5p a) Oldd meg  $G$  - ben az  $x * x = \frac{4}{5}$  egyenletet.

5p b) Ellenőrizd a  $x * y = \frac{(x+1)(y+1) - (x-1)(y-1)}{(x+1)(y+1) + (x-1)(y-1)}$ ,  $\forall x, y \in G$  egyenlőséget.

5p c) Igazold, hogy  $x * y \in G$ , bármely  $x, y \in G$ .