

**II. FELADAT (30p)**

1. Az  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  halmazban adottak az  $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$  és  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  mátrixok, és tekintsük a

$G = \{X(a) \mid a \in \mathbb{R} \text{ és } X(a) = I_2 + aA\}$  részhalmazt.

**5p** a) Ellenőrizd, hogy  $I_2$  eleme a  $G$  halmaznak.

**5p** b) Mutasd ki, hogy  $X(a) \cdot X(b) = X(a + b + 5ab), \forall a, b \in \mathbb{R}$ .

**5p** c) Igazold, hogy az  $a \neq -\frac{1}{5}$  értékekre az  $X(a)$  mátrix inverze egyenlő az  $X\left(\frac{-a}{1+5a}\right)$  mátrixszal.

2. Adottak az  $f, g \in \mathbb{Z}_5[X], f = \hat{3}X^3 + \hat{4}X^2 + \hat{3}X + 2$  és  $g = X^2 + \hat{2}X$  polinomok.

**5p** a) Számítsd ki  $f(\hat{1}) \cdot g(\hat{0})$ .

**5p** b) Ellenőrizd, hogy  $f = (\hat{3}X + \hat{3}) \cdot g + \hat{2}X + \hat{2}$ .

**5p** c) Határozd meg az  $f$  polinom  $\mathbb{Z}_5$  halmazban levő gyökeinek számát.