

**II. FELADAT (30p)**

1. Adottak az  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ -2 & 2 & 6 \\ -3 & 3 & 9 \end{pmatrix}$ ,  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  és  $B = A - I_3$  mátrixok.

**5p** a) Számítsd ki az  $A$  mátrix determinánsát.

**5p** b) Számítsd ki  $A^2 - B^2$ , ahol  $A^2 = A \cdot A$  és  $B^2 = B \cdot B$ .

**5p** c) Igazold, hogy a  $B$  mátrix inverze  $B^{-1} = \frac{1}{9}A - I_3$ .

2. A valós számok halmazán értelmezzük az  $x \circ y = xy + 3x + 3y + 6$ ,  $\forall x, y \in \mathbb{R}$  műveletet.

**5p** a) Igazold, hogy  $x \circ y = (x+3)(y+3) - 3$ ,  $\forall x, y \in \mathbb{R}$ .

**5p** b) Határozd meg a semleges elemet, ha a „ $\circ$ ” művelet asszociatív és kommutatív.

**5p** c) Határozd meg az  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$  értékét úgy, hogy  $C_n^2 \circ C_n^2 = 13$ .