

**II. FELADAT (30p)**

1. Adottak az  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  és  $B = I_2 + A$  mátrixok. Jelöljük

$$A^2 = A \cdot A \quad \text{és} \quad B^n = \underbrace{B \cdot B \cdot \dots \cdot B}_{n\text{-szer}}.$$

5p a) Ellenőrizd, hogy  $A^2 = O_2$ .

5p b) Számítsd ki a  $B$  mátrix inverzét.

5p c) Határozd meg  $x \in \mathbb{R}$  azon értéket, amelyre  $B^3 - B^2 = xA$ .

2. Adott az  $f = X^4 - 2X^2 + 1$  polinom, amelynek gyökei  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R}$ .

5p a) Igazold, hogy az  $f$  polinom osztható a  $g = X^2 - 1$  polinommal.

5p b) Számítsd ki az  $S \cdot P$  szorzatot, ahol  $S = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$  és  $P = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$ .

5p c) Számítsd ki a  $T = x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4$  összeget.