

**II. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $A = \begin{pmatrix} x-3 & 1 \\ 1 & x-3 \end{pmatrix}$ ,  $x \in \mathbb{R}$  mátrix, és  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Legyen  $A^n = \underbrace{A \cdot \dots \cdot A}_{n\text{-szer}}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ .

5p a) Határozd meg  $x$  értékét, ha  $\det(A) = 0$ .

5p b) Igazold, az  $A^2 = (2x-6)A - (x^2 - 6x + 8) \cdot I_2$  egyenlőséget.

5p c) Határozd meg azon  $x \in \mathbb{R}$  értéket, amelyre  $A^2 = 2A$ .

2. Az  $\mathbb{R}$  valós számok halmazán adott az  $x \circ y = xy - 2(x+y) + 6$  művelet

5p a) Ellenőrizd, hogy  $x \circ y = (x-2)(y-2) + 2$ ,  $\forall x, y \in \mathbb{R}$ .

5p b) Igazold, hogy  $x \circ 2 = 2$ , bármely  $x \in \mathbb{R}$ .

5p c) Számítsd ki az  $E = (-2008) \circ (-2007) \circ \dots \circ (-1) \circ 0 \circ 1 \circ 2 \circ \dots \circ 2008$  kifejezést, ha „ $\circ$ ” művelet asszociatív.