

II. FELADAT (30p)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} a-1 & 1 \\ a & 2 \end{pmatrix}$, $a \in \mathbb{R}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $x, y \in \mathbb{R}$ és $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ mátrixok.

5p a) Határozd meg $a \in \mathbb{R}$ értékét, úgy hogy $\det(A) = 0$.

5p b) Ellenőrizd, hogy $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$, ha $a = 3$.

5p c) Oldd meg az $A \cdot X = B$ mátrixegyenletet, ha $a = 3$.

2. A $G = (-1, 1)$ halmazon értelmezzük az $x * y = \frac{x+y}{1+xy}$ műveletet.

Adott az $f : (-1, 1) \rightarrow (0, \infty)$, $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ függvény.

5p a) Számítsd ki $\frac{1}{2} * \frac{1}{2}$.

5p b) Igazold, hogy $f(x * y) = f(x) \cdot f(y)$, $\forall x, y \in G$.

5p c) Igazold, hogy a „ $*$ ” művelet asszociatív.