

II. FELADAT (30p)

1. Adott az $M = \begin{pmatrix} x & y & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ $x, y \in \mathbb{R}$ mátrix. Az xOy derékszögű koordináta rendszerben tekintsük az

$A(1,2), B(0,3), O(0,0)$ és $C_n(n+1, 2-n)$ pontokat, ahol $n \in \mathbb{N}^*$.

5p **a)** Számítsd ki az M mátrix determinánsát.

5p **b)** Igazold, hogy az A, B, C_2 pontok kollineárisak.

5p **c)** Határozd meg az n nullától különböző természetes számot úgy, hogy az AOC_n háromszög területe a legkisebb legyen.

2. Az \mathbb{R} halmazon értelmezzük az $x \perp y = (x-3)(y-3) + 3, \forall x, y \in \mathbb{R}$ műveletet.

5p **a)** Igazold, hogy $(x+3) \perp \left(\frac{1}{x} + 3\right) = 4$ bármely $x \in \mathbb{R}^*$.

5p **b)** Igazold, hogy a „ \perp ” műveletnek van semleges eleme.

5p **c)** Határozd meg az \mathbb{R} halmaz invertálható elemeit a „ \perp ” műveletre nézve.